

Esame di TEORIA DEI SEGNALE

Quesito B6

Si trovi la trasformata di Fourier del segnale: $x(t) = Ae^{-B|t|}$, con A e B costanti positive, e se ne traccino diagrammi di modulo e argomento.

Quesito B6 - (Soluzione)

Si può scrivere:

$$x(t) = Ae^{-B|t|} = \underbrace{Ae^{-Bt}}_{x_1(t)} + \underbrace{Ae^{-B(-t)}}_{x_1(-t)} =$$

Possiamo:

$$X_1(f) = \mathcal{F}\{x_1(t)\} \text{ e nota che } \mathcal{F}\{x_1(-t)\} = X_1(-f)$$

quindi:

$$X_1(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t) e^{-j2\pi ft} dt = \int_0^{+\infty} Ae^{-Bt} e^{-j2\pi ft} dt =$$

$$= A \left[\frac{e^{-(B+j2\pi f)t}}{-(B+j2\pi f)} \right]_0^{+\infty} = A \frac{0 - 1}{-(B+j2\pi f)} = A \cdot \frac{1}{B+j2\pi f}$$

e quindi:

$$X(f) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \mathcal{F}\{x_1(t)\} + \mathcal{F}\{x_1(-t)\} = X_1(f) + X_1(-f) =$$

$$= A \left[\frac{1}{B+j2\pi f} + \frac{1}{B-j2\pi f} \right] = A \cdot \frac{2B}{B^2 + (2\pi f)^2} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{Reale pari} \\ \text{perch\u00e9} \\ x(t) \text{ \u00e8 reale pari} \end{array}$$

