

Esame di TEORIA DEI SEGNALE

Quesito B66

19/2/14

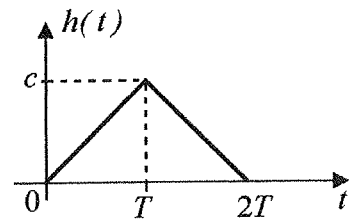
Un sistema LTI ha risposta all'impulso unitario $h(t)$ come in figura.

a) Si scriva l'espressione analitica di $h(t)$ utilizzando la nota funzione $\Lambda(t)$.

All'ingresso del sistema si trova il segnale:

$$x(t) = V \cos(2\pi f_0 t) \quad \text{con } f_0 = 1/(4T).$$

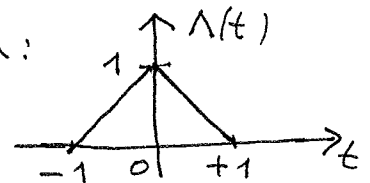
b) Si trovi l'espressione analitica del segnale di uscita $y(t)$ senza eseguire convoluzioni.



Quesito B66 (Soluzione)

a) Ricordando che $\Lambda(t)$ è come in figura:

applicando il fattore di scala $\frac{1}{T}$ (nel tempo) e successivamente il ritardo T si ottiene il segnale dato la cui espressione è:



$$h(t) = cT \cdot \Lambda\left(\frac{t-T}{T}\right).$$

b) L'ingresso al sistema dato è il segnale sinusoidale: $x(t) = V \cos 2\pi f_0 t$ quindi l'uscita si trova facilmente utilizzando la risposta in frequenza $H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\}$ ed è:

$$y(t) = V \cdot |H(f_0)| \cos(2\pi f_0 t + \angle H(f_0)).$$

La $H(f)$ cercata si può trovare ricordando la trasformata notevole:

$$\Lambda(t) \longleftrightarrow \text{sinc}^2(f)$$

applicando quindi il cambio di scala:

$$\Lambda\left(\frac{t}{T}\right) \longleftrightarrow T \cdot \text{sinc}^2(fT)$$

e il ritardo (T):

$$h(t) = cT \Lambda\left(\frac{t-T}{T}\right) \longleftrightarrow H(f) = cT \text{sinc}^2(fT) e^{-j2\pi fT}$$

Quindi, utilizzando anche il valore dato $f_0 = \frac{1}{T}$ si ha:

$$\begin{cases} |H(f_0)| = cT \cdot \text{sinc}^2(f_0 T) = cT \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{1}{4}\right) = \\ = cT \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\frac{\pi}{4}} \right]^2 = cT \left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\pi}{4}} \right)^2 = \frac{8cT}{\pi^2} \\ \angle H(f_0) = -2\pi f_0 T = -2\pi \frac{1}{4T} \cdot T = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Quindi, il segnale di uscita è:

$$\boxed{y(t) = V \cdot \frac{8cT}{\pi^2} \cdot \cos\left(2\pi f_0 t - \frac{\pi}{2}\right) =}$$

$$= V \cdot \frac{8cT}{\pi^2} \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{2T} - \frac{\pi}{2}\right) = \boxed{V \cdot \frac{8cT}{\pi^2} \sin \frac{\pi t}{2T}}$$