

Esame di TEORIA DEI SEGNALE

Quesito B9

Un canale di comunicazione è schematizzato con un filtro LTI con risposta in frequenza $H(f)$ come in figura.

Attraverso detto canale si vuole trasmettere un generico segnale $x(t)$ a banda strettamente limitata (ossia tale $X(f) = 0$ per $|f| > B$, essendo $X(f)$ la trasformata di Fourier di $x(t)$).

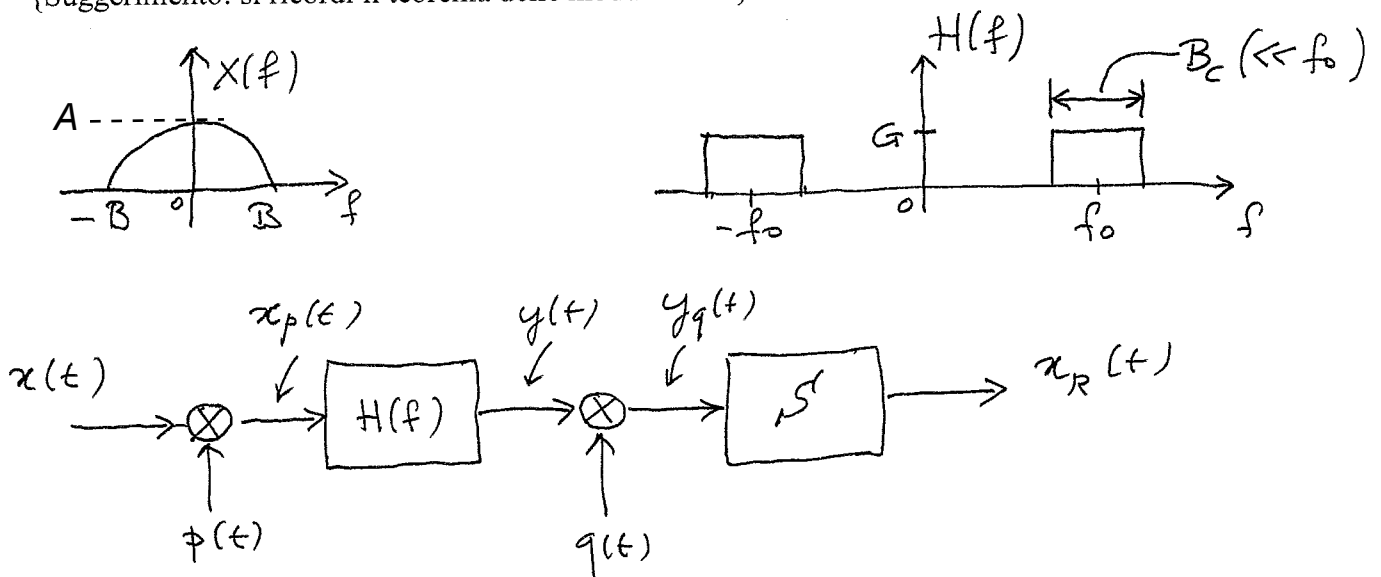
Per effettuare la trasmissione si utilizza lo schema in figura dove $p(t)$ e $q(t)$ sono opportuni segnali.

- Si individuino:

- i segnali $p(t)$ e $q(t)$ (espressioni analitiche),
- il valore della banda B_c del canale,
- il sistema S ,

necessari affinché il segnale ricevuto sia identico a quello di ingresso, ossia tale che $x_R(t) = x(t)$.

{Suggerimento: si ricordi il teorema delle modulazione}.



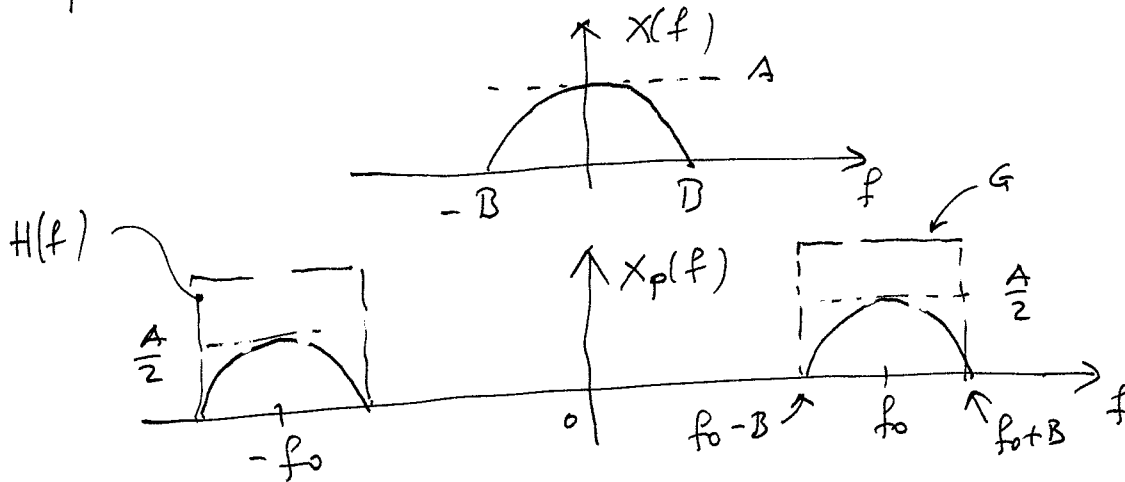
Quesito B9 (soluzione)

Per ottenere il risultato occorre traslare lo spettro $X(f)$ entro la banda passante del canale e quindi, dopo il filtraggio, traslarlo nuovamente in modo da avere una componente di spettro identica a $X(f)$ (a meno di costanti moltiplicative) - Il sistema S sarà un filtro che preleva la parte di spettro identica a $X(f)$, recupera l'effetto di eventuali costanti moltiplicative e rigetta (annulla) ogni altra componente spettrale - Le traslazioni necessarie si possono ottenere mediante

moltiplicazione per segnali sinusoidali (teorema della modulazione) -

Scegliendo quindi $p(t) = \cos 2\pi f_0 t$ si ha

$$X_p(f) = \mathcal{F}\{x_p(t)\} = \frac{1}{2} [X(f-f_0) + X(f+f_0)]$$



Per non avere distorsioni deve necessariamente essere

$$B_c \geq 2B$$

Scegliendo $q(t) = p(t) = \cos 2\pi f_0 t$ e usando al posto di S un filtro passa basso ideale $H_B(f)$ di banda unilatera B e guadagno $H_B(0) = \frac{2}{G}$ si ottiene il risultato voluto, infatti:

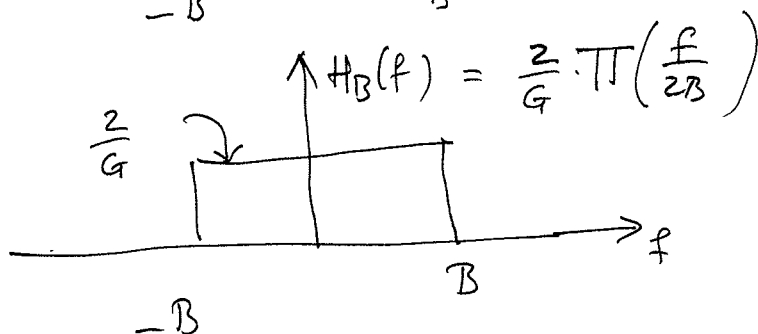
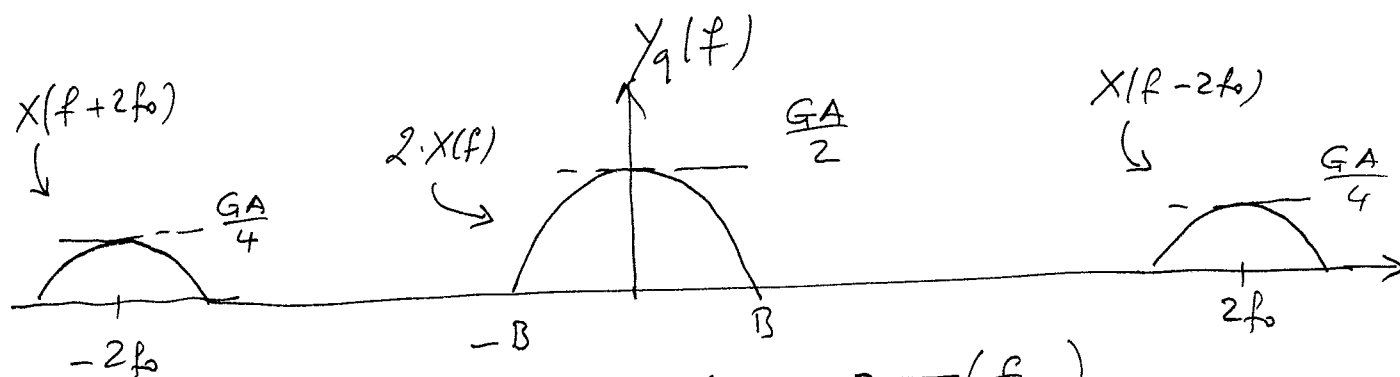
$$Y(f) = \mathcal{F}\{y(t)\} = X_p(f) \cdot H(f) = \frac{G}{2} [X(f-f_0) + X(f+f_0)]$$

$$Y_q(f) = \mathcal{F}\{y_q(t)\} = \mathcal{F}\{y(t) \cdot \cos 2\pi f_0 t\} = \frac{1}{2} [Y(f-f_0) + Y(f+f_0)] =$$

$$= \frac{G}{4} [X(f-2f_0) + X(f-\cancel{f_0+f_0}) + X(f+\cancel{f_0-f_0}) + X(f+2f_0)]$$

$\xleftarrow{\hspace{1.5cm}} = 2 \cdot X(f)$





$$X_R(f) = Y_q(f) \cdot H_B(f) = X(f)$$

